

221. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ II

Τμήμα ΠΕΡΙΤΤΩΝ.

Τετάρτη 10 Μαρτίου, 2021

Φροντιστηριακές ασκήσεις #2

1. Είναι ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M(4 \times 4, \mathbb{R}).$$

διαγωνοποιήσιμος;

2. Αν $A, B \in M(n \times n, \mathbb{R})$ τότε οι πίνακες AB και BA έχουν τις ίδιες ιδιοτιμές.

3. Δίνεται ο πίνακας

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 7 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}).$$

- Δείξτε ότι ο A διαγωνοποιείται
 - Βρείτε αντιστρέψιμο πίνακα $P \in M(3 \times 3, \mathbb{R})$ έτσι ώστε ο πίνακας $P^{-1}AP$ να είναι διαγώνιος.
 - Βρείτε την m -στή δύναμη A^m του A , $m \in \mathbb{N}$.
 - Βρείτε πίνακα B ώστε $A = B^2$.
4. Αν $A \in M(n \times n, \mathbb{R})$ τέτοιος ώστε κάθε $X \in M(n \times 1, \mathbb{R})$ με $X \neq 0$ είναι ιδιοδιάνυσμα του A τότε υπάρχει $\lambda \in \mathbb{R}$ τέτοιο ώστε $A = \lambda I_{n \times n}$.
5. Να βρεθεί το a ώστε ο επόμενος πίνακας να έχει ιδιοτιμή το 1 με πολλαπλότητα 2. Ακολουθώς να τον διαγωνοποιήσετε.

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & a & -2 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

6. Αν $A, B \in M(n \times n, \mathbb{R})$ και u είναι ένα ιδιοδιάνυσμα των A και B , τότε είναι ιδιοδιάνυσμα και του $f(A) + g(B)$ με $f(x)$ και $g(x)$ πολυώνυμα με πραγματικούς συντελεστές.